



Mouvement - Dynamique

chap. 8

Jallu Laurent

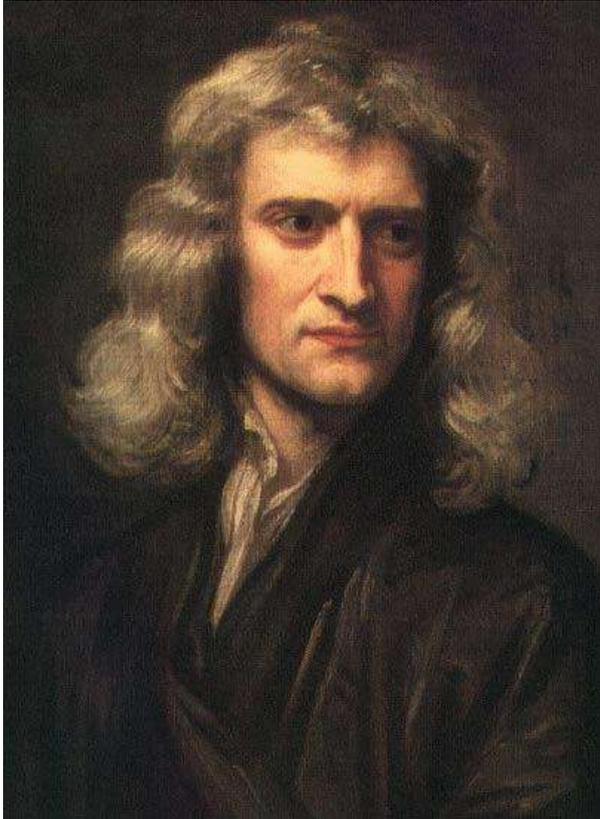
I. « On ne connaît pas complètement une science tant qu'on n'en sait pas l'histoire » <i>Auguste Comte / 1798-1857 / Cours de philosophie positive, 1830-1842</i>	4
1. De la cinématique à la dynamique	4
2. Les concepts de la mécanique classique	5
II. La mécanique newtonienne.....	6
1. Les lois de la dynamique	6
▪ La 1 ^{ère} loi de Newton ou « principe d'inertie »	6
▪ La 2 ^{ème} loi de Newton ou « relation fondamentale de la dynamique »	7
▪ La 3 ^{ème} loi de Newton ou « loi des actions réciproques »	8
2. Applications à la dynamique	8
• Exemple de la chute libre verticale.....	8



Mouvement – Dynamique

Newton et la mécanique classique

Sir Isaac Newton (1643-1727)
1689 par Godfrey Kneller



En **1669**, il rédige un compte-rendu sur les fondements du calcul infinitésimal qu'il appelle « méthode des fluxions ». Newton a alors fondé « l'analyse moderne »

En **1669** toujours, Newton succède à son maître Isaac Barrow et reprend sa chaire de mathématiques au Trinity College de Cambridge.

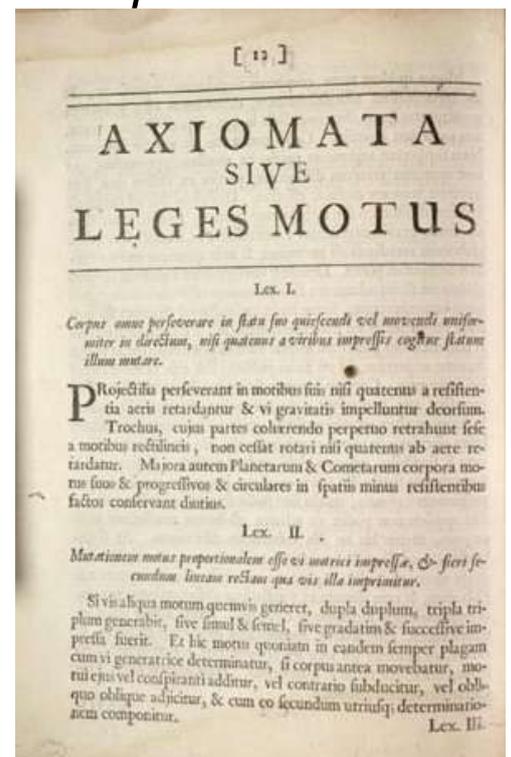
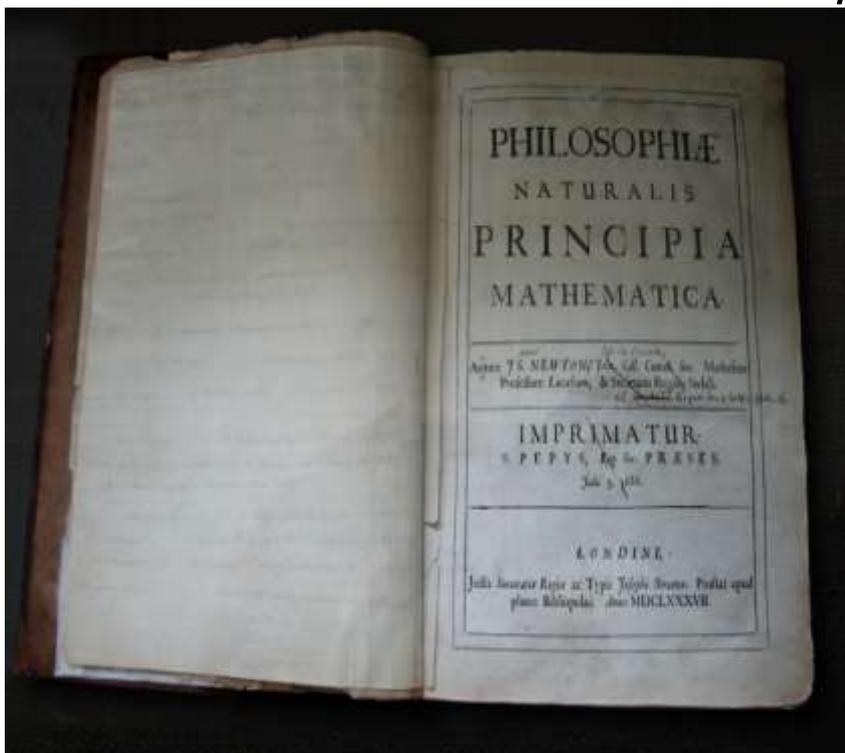
En **1672**, trois ans plus tard, à l'âge de 29 ans, il entre à la *Royal Society de Londres*.

En **1687**, il publie son œuvre majeure : « *Philosophiæ naturalis principia mathematica* ».

En **1699**, il est nommé membre du conseil de la Royal Society et y est élu président en **1703**, il gardera cette place jusqu'à sa mort.

En **1705**, il est anobli par la Royauté. Newton meurt le 31 mars **1727**, à l'âge de 84 ans. Son corps fut alors inhumé à Westminster, aux côtés des rois d'Angleterre.

Principes mathématiques de philosophie naturelle





* "Si j'ai pu voir aussi loin,
c'est parce que j'étais juché
sur les épaules de géants"



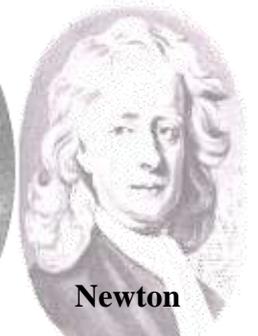
Copernic



Galilée



Kepler



Newton

AXIOMES, OU LOIS DU MOUVEMENT

PREMIERE LOI

Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état.

II. LOI

Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.

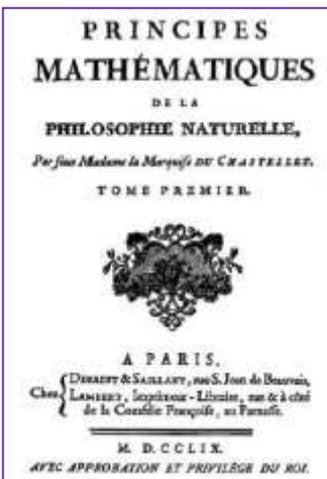
Si une force produit un mouvement quelconque, une force double de cette première produira un mouvement double et une force triple un mouvement triple, soit qu'elle ait été imprimée en un seul coup, soit qu'elle l'ait été peu à peu et successivement et ce mouvement étant toujours déterminé du même côté que la force génératrice sera ajouté au mouvement que le corps est supposé avoir déjà s'il conspire avec lui, ou en sera retranché, s'il lui est contraire, ou bien sera retranché ou ajouté en partie s'il lui est oblique et de ces deux mouvements il s'en formera un seul dont la détermination sera composée des deux premières.

III. LOI

L'action est toujours égale et opposée à la réaction, c'est-à-dire que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales et dans des directions contraires.

Tout corps qui presse ou tire un autre corps est en même temps tiré ou pressé lui-même par cet autre corps. Si on presse une pierre avec le doigt, le doigt est pressé en même temps par la pierre. Si un cheval tire une pierre par le moyen d'une corde, il est également tiré par la pierre car la corde qui les joint et qui est tendue des deux côtés fait un effort égal pour tirer la pierre vers le cheval et le cheval vers la pierre et cet effort s'oppose autant au mouvement de l'un qu'il excite le mouvement de l'autre. Si un corps en frappe un autre et qu'il change son mouvement de quelque façon que ce soit, le mouvement du corps choquant sera aussi changé de la même quantité et dans une direction contraire par la force du corps choqué à cause de l'égalité de leur pression mutuelle. Par ces actions mutuelles il se fait des changements égaux, non pas de vitesse, mais de mouvement, pourvu qu'il ne s'y mêle aucune cause étrangère, car les changements de vitesse qui se font de la même manière dans des directions contraires doivent être réciproquement proportionnels aux masses, parce que les changements de mouvement sont égaux. Cette loi a lieu aussi dans les attractions, comme je le prouverai dans le scholie suivant.

* Extrait d'une
lettre de Newton
à Robert Hooke
de 1676.



Page de titre de
l'édition en français
de 1759 par la
Marquise du
Châtelet



« On ne connaît pas complètement une science tant qu'on n'en sait pas l'histoire » Auguste Comte / 1798-1857 / Cours de philosophie positive, 1830-1842

1. De la cinématique à la dynamique

D'une description géométrique du mouvement, nous abordons l'étude des causes, de sa création ou de son changement : **les forces**.

Fondée sur **trois lois générales**, Isaac Newton édifie la **Mécanique classique**, poursuivant ainsi les voies esquissées par Galilée. C'est cette même mécanique qui permet encore actuellement de traiter quasiment toutes les situations.

Newton termine son œuvre par la **loi de gravitation universelle**, expression de la force de pesanteur vainement cherchée par Kepler ;

Ses célèbres **Principia** parues en 1687 mais conçues bien plus tôt, débutent par des définitions et axiomes, se poursuivent par sur une suite de théorèmes et leurs corollaires répartis en trois parties, les livres I, II et III :

DÉFINITIONS

La quantité de matière (la masse), la quantité de mouvement, et différentes forces sont définies.

AXIOMES OU LOIS DU MOUVEMENT

Loi I : Tout corps persévère en son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, sauf si des forces « imprimées » le contraignent d'en changer.

C'est le **Principe d'inertie** pressenti par Galilée, énoncé par Descartes.

Loi II : Le changement de mouvement est proportionnel à la force motrice imprimée et s'effectue suivant la droite par laquelle cette force est imprimée.

C'est la **Relation fondamentale de la dynamique**.

Loi III : La réaction est toujours contraire et égale à l'action : ou encore les actions que deux corps exercent l'un sur l'autre sont toujours égales et dirigées en sens contraire.

C'est le **Principe d'action-réaction**.

LIVRE I : DU MOUVEMENT DES CORPS

Il s'agit de l'étude des mouvements en l'absence de milieu résistant (comme le vide par exemple).

LIVRE II : DU MOUVEMENT DES CORPS

Ces études de mouvements en milieu résistant ouvrent sur la mécanique des fluides.

LIVRE III : DU SYSTÈME DU MONDE

Naissance de la **Loi de la gravitation universelle**, de ses prolongements en **mécanique céleste avec l'étude des orbites des astres**, mais également des applications terrestres comme **la théorie des marées**.

Fondements de la Mécanique classique



Cette mécanique classique sera subdivisée plus tard en « *mécanique du point matériel* » (les objets sont des points géométriques sans dimension), en « *mécanique du solide* » (tenant compte de leurs formes), et en « *mécanique des fluides* ».

Elle ne montrera ses limites qu'à la fin du XIX^e siècle lorsque des expériences seront réalisées sur la lumière : En fait, la *mécanique newtonienne demeure valable tant que les vitesses des phénomènes étudiés sont négligeables par rapport à celle de la lumière.*

Einstein rendra cohérent l'ensemble des lois physiques, début XX^e par la « *mécanique relativiste* ».

La mécanique classique atteint ses limites également lors de l'étude de phénomènes à l'échelle atomique : La « *mécanique quantique* » du début du XX^e siècle comblera cette lacune.

Dès que l'on veut la précision ultime (une meilleure précision des systèmes de positionnement global, GPS ou Galileo ...), on sait qu'il faut corriger légèrement *Newton* par *Einstein*, ou par *Heisenberg* quand on étudie les atomes

2. Les concepts de la mécanique classique

Newton conçoit les composants matériels de l'Univers, *matière et lumière*, de façon « *corpusculaire* » : Ensemble de particules dures et indivisibles constamment soumises à des forces attractives ou répulsives.

L'espace et le temps

* SCHOLIE

Je viens de faire voir le sens que je donne dans ces ouvrages à des termes qui ne sont pas communément usités. Quant à ceux de temps, d'espace, de lieu et de mouvement, ils sont connus de tout le monde, mais il faut remarquer que pour n'avoir considéré ces quantités que par leurs relations à des choses sensibles on est tombé dans plusieurs erreurs.

Pour les éviter, il faut distinguer le temps, l'espace, le lieu, et le mouvement, en absolus et relatifs, vrais et apparents, mathématiques et vulgaires.

I. Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément et s'appelle durée. Le temps relatif, apparent et vulgaire est cette mesure sensible et externe d'une partie de durée quelconque (égale ou inégale) prise du mouvement, telles sont les mesures d'heures, de jours, de mois, etc., dont on se sert ordinairement à la place du temps vrai.

II. L'espace absolu, sans relation aux choses externes, demeure toujours similaire et immobile.

L'espace relatif est cette mesure ou dimension mobile de l'espace absolu, laquelle tombe sous nos sens par sa relation aux corps et que le vulgaire confond avec l'espace immobile. C'est ainsi, par exemple, qu'un espace, pris au-dedans de la terre ou dans le ciel, est déterminé par la situation qu'il a à l'égard de la terre.

L'espace absolu et l'espace relatif sont les mêmes d'espèce et de grandeur, mais ils ne le sont pas toujours de nombre, car, par exemple, lorsque la terre change de place dans l'espace, l'espace qui contient notre air demeure le même par rapport à la terre, quoique l'air occupe nécessairement les différentes parties de l'espace dans lesquelles il passe et qu'il en change réellement sans cesse.

III. Le lieu est la partie de l'espace occupée par un corps et par rapport à l'espace, il est ou relatif ou absolu.

Je dis que le lieu est une partie de l'espace et non pas simplement la situation du corps, ou la superficie qui l'entoure : car les solides égaux ont toujours des lieux égaux, quoique leurs superficies soient souvent inégales, à cause de la dissemblance de leurs formes; les situations, à parler exactement, n'ont point de quantité, ce sont plutôt des affections des lieux, que des lieux proprement dits.

De même que le mouvement ou la translation du tout hors de son lieu est la somme des mouvements ou des translations des parties hors du leur, ainsi le lieu du tout est la somme des lieux de toutes les parties et ce lieu doit être interne et être dans tout le corps entier (*et propterea internus et in corpore toto.*)

IV. Le mouvement absolu est la translation des corps d'un lieu absolu dans un autre lieu absolu et le mouvement relatif est la translation d'un lieu relatif dans un autre lieu relatif, ainsi dans un vaisseau poussé par le vent, le lieu relatif d'un corps est la partie du vaisseau dans laquelle ce corps se trouve, ou l'espace qu'il occupe dans la cavité du vaisseau, et cet espace se meut avec le vaisseau, et le repos relatif de ce corps est la permanence dans la même partie de la cavité du vaisseau. Mais le repos vrai du corps est la permanence dans la partie de l'espace immobile, où l'on suppose que se meut le vaisseau et tout ce qu'il contient. Ainsi, si la terre était en repos, le corps qui est dans un repos relatif dans le vaisseau aurait un mouvement vrai et absolu, dont la vitesse serait égale à celle qui emporte le vaisseau sur la surface de la terre, mais la terre se mouvant dans l'espace, le mouvement vrai et absolu de ce corps est composé du mouvement vrai de la terre dans l'espace immobile et du mouvement relatif du vaisseau sur la surface de la terre et si le corps avait un mouvement relatif dans le vaisseau, son mouvement vrai et absolu serait composé de son mouvement relatif dans le vaisseau, du mouvement relatif du vaisseau sur la terre et du mouvement vrai de la terre dans l'espace absolu.

[...]

* Scholie ou scolie n. f. gr. = explication, remarque, commentaire ...



- **L'espace** selon Newton est vide et infini : Un corps peut s'y mouvoir en MRU « éternellement ». Il ne modifie pas les propriétés géométriques de l'espace. Et, des forces « à distances » peuvent interagir entre différents corps.
- **Le temps** est « ... absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, [il] coule uniformément et s'appelle durée ».

Temps et espace sont donc « absolus » et indépendants pour Newton.

- Le principe d'inertie explique la possibilité d'une chute verticale sur une Terre en mouvement : Newton rend alors compatible l'héliocentrisme au contraire de Copernic.
- Les trois lois sur le mouvement des astres que Kepler déduit de l'observation, puisent leurs démonstrations dans la loi de gravitation universelle.

« Cette nouvelle harmonie de l'Univers constitue pour Sir Isaac Newton, une preuve de la grandeur et de la toute puissance de Dieu ».

Pierre Simon Laplace (1749-1827) posera un avis tout autre dans un traité de *Mécanique céleste* de la fin du XVIII^e siècle.

« Mécanique-Une introduction par l'histoire de l'astronomie »
Éric Lindemann Éd. DeBoesk Université.

La mécanique newtonienne

1. Les lois de la dynamique

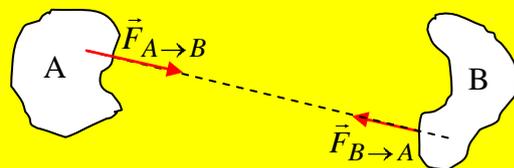
Définition : *L'inertie d'un corps est sa capacité à s'opposer à une accélération.*

Dans un référentiel galiléen, les trois lois de la dynamique s'écrivent :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = cste \text{ « MRU ou repos »}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}$$

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$



▪ La 1^{ère} loi de Newton ou « principe d'inertie »

Cette loi énonce « qu'il peut y avoir mouvement sans force » : L'inertie est une propriété de tous les corps qui ont tendance à conserver l'état de repos ou de MRU si aucune force extérieure n'agit sur eux.



Se pose néanmoins le problème du **référentiel** puisqu'un corps peut être en repos pour l'un et en MRU pour un autre.

« Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie d'un mobile soumis à aucune force ou à une somme de forces extérieures nulle est au repos ou en mouvement rectiligne uniforme ».

Le vecteur vitesse \vec{v}_G du centre d'inertie est alors un vecteur constant.

▪ La 2^{ème} loi de Newton ou « relation fondamentale de la dynamique »

Lorsqu'un mobile est soumis à une somme non nulle de forces extérieures, cette seconde loi permet de déterminer la variation du vecteur vitesse \vec{v}_G , ou modification du mouvement,

selon la masse et la somme de forces $\sum \vec{F}_{ext}$: Elle lie la cause $\sum \vec{F}_{ext}$ à son effet l'accélération \vec{a} .

Quand le mobile n'est pas « ponctuel » (assimilable à un point), la relation traduit le mouvement du centre d'inertie du mobile doté de la masse totale « m » du solide :

L'accélération \vec{a}_G est celle du centre d'inertie G.

« Dans un référentiel galiléen, l'accélération \vec{a}_G du centre d'inertie d'un mobile de masse m soumis à une somme de forces extérieures $\sum \vec{F}_{ext}$, vérifie la relation $m \vec{a}_G = \sum \vec{F}_{ext}$ ».

Cette seconde loi permet d'approcher les notions de force et d'inertie :

Action (Forces) \leftrightarrow Changement de mouvement (Accélération)

Une force produit sur un mouvement, un changement proportionnel à son intensité selon sa

direction (\vec{a} proportionnelle à $\sum \vec{F}_{ext}$). Ce changement est inversement proportionnel à la

masse du mobile (\vec{a} proportionnelle à $\frac{1}{m}$).

Définition : *L'inertie d'un corps, ou sa masse, est sa capacité à s'opposer à une accélération. C'est une propriété intrinsèque d'un objet massique, un invariant qui ne dépend pas du lieu où il se trouve.*

Par ailleurs, selon l'équation aux dimensions $F = m a = M \cdot L \cdot T^{-2}$, l'unité d'intensité des forces est « le Newton, N » pour une masse exprimée en kg et une accélération en $m \cdot s^{-2}$.

▪ La 3^{ème} loi de Newton ou « loi des actions réciproques »

« Si un corps A exerce sur un corps B une force $\vec{F}_{A/B}$, alors le corps B exerce sur le corps A une force $\vec{F}_{B/A}$ de même direction mais de sens contraire.

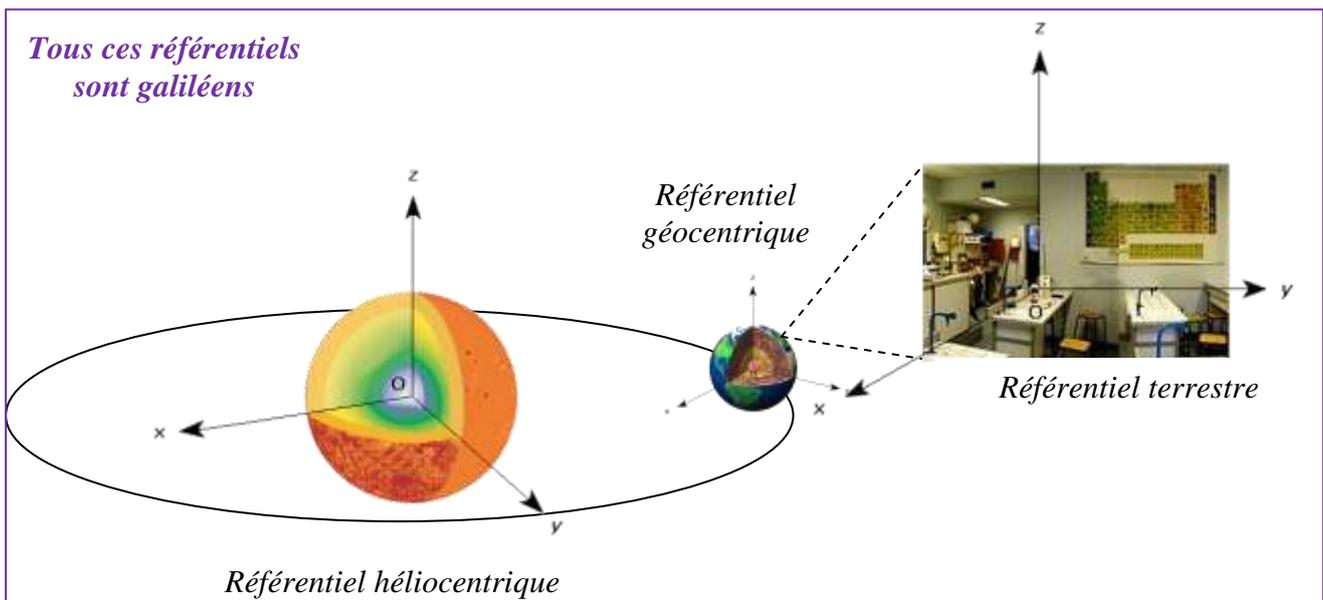
C'est la 3^{ème} loi de Newton qui permet de ne considérer que les forces extérieures dans le bilan des forces (pour le système {A+B}, $\vec{F}_{A/B}$ et $\vec{F}_{B/A}$ sont des forces intérieures et $\vec{F}_{A/B} + \vec{F}_{B/A} = \vec{0}$, ces forces se compensent).

2. Applications à la dynamique

La recherche du mouvement d'un mobile débute par l'étude dynamique des forces extérieures afin d'en déterminer son accélération. Elle est suivie de l'étude cinématique pour exprimer le mouvement par sa trajectoire et sa vitesse.

Il convient de faire précéder cette recherche par :

- choix du système, expression de sa masse,
- choix du référentiel galiléen,
- choix des repères d'espace et de temps,
- bilan des forces extérieures qui s'appliquent au système,
- le schéma du système contraint par les forces extérieures à un instant quelconque.



• Exemple de la chute libre verticale

Un mobile **M** est lancé verticalement vers le bas avec une vitesse $v_0 = 3,0 \text{ m.s}^{-1}$. À l'instant initial, son centre d'inertie est situé en O. On néglige l'action des forces de frottement, le

mobile est uniquement soumis à l'action de son poids \vec{P} . On dit alors que le mobile est en « chute libre ».

Définition : La chute libre est une modélisation du système physique dans laquelle on néglige l'action de toutes les forces subies par le mobile autres que le poids.

➤ Étude dynamique

Système : le mobile M de centre d'inertie G de masse m ,

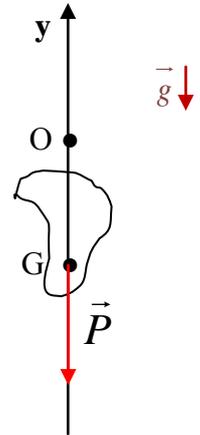
Référentiel d'étude : le référentiel terrestre galiléen,

Repère : l'axe Oy verticale ascendant.

Bilan des forces extérieures : le seul poids \vec{P} du mobile (chute libre).

2^e loi de Newton : $\vec{P} = m \vec{a}_G = m \vec{g}$

$$\boxed{\vec{a}_G = \vec{g}} \quad \text{ou} \quad \vec{a}_G \Big|_y = -g$$



Remarques

L'accélération du centre d'inertie est indépendante de la masse du mobile. *Le mouvement de chute libre d'un mobile est indépendant de sa masse.*

Ce mouvement à accélération constante est un MRUA.

L'intensité de la pesanteur g est l'accélération du centre d'inertie du mobile en chute libre : On appelle g « l'accélération de la pesanteur » exprimée en $m.s^{-2}$.

➤ Étude cinématique

La coordonnée v_y de la vitesse \vec{v}_G du centre d'inertie est donnée par : $a_y = \frac{dv_y}{dt}$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -g \quad v_y = -g t + v_{y0} \quad \text{où } v_{y0} \text{ est une constante.}$$

On détermine la valeur de la constante v_{y0} par les conditions initiales à $t = 0$ s : le

centre d'inertie est au point O et sa vitesse est verticale dirigée vers le bas.

Soit finalement l'expression : $\vec{v}_G \Big|_y = -g t + v_0 \quad (v_y = -9,8 t - 3,0)$

La coordonnée y du centre d'inertie d'un mobile est donnée par : $v_y = \frac{dy}{dt}$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -g t + v_0 \quad y = -\frac{1}{2} g t^2 - v_0 t + y_0 \quad \text{où } y_0 \text{ est une constante.}$$

À l'instant initial $t = 0$ s, le centre d'inertie est en O , origine de l'axe et $y_0 = 0$ m.

Soit enfin l'expression : $\vec{OG} \Big|_y = -\frac{1}{2} g t^2 - v_0 t \quad (y = -4,9 t^2 - 3,0 t)$

horaire parabolique de la position y en fonction du temps.

